# On global solutions to the Cauchy problem for discrete kinetic equations

Evreny Radkevich
*Moscow State University, Moscow 119991, Russia*
evrad07@gmail.com

The kinetic theory considers the gas as a collection of a huge number of randomly moving particles, in some way interacting with each other. As a result of these interactions the particles exchange momenta and energies. Interaction can be through direct collisions or by certain forces. To elucidate the mathematical scheme describing such phenomena, we consider [1] the so-called discrete kinetic Boltsmann equations and give a phenomenological derivation of the Boltsmann equation for the model of gas with finitely many particle velocities and finitely many different interactions (Broadwell-type model [2]):

$$\partial_t n_j + (\omega_{ix}\partial_x + \omega_{iy}\partial_y + \omega_{iz}\partial_z)n_j = \sum_{k,l,j;k\neq i,l\neq i,j\neq i} \sigma_{kl}^{ij}(n_k n_l - n_i n_j), \quad 1 \leq i \leq N.$$

For the discrete kinetic equations [3] (in dimensions $d = 1, 2, 3$) we prove the existence of a global solution, its decomposition with respect to smoothness, and consider the influence of oscillations born by the interaction operator.

# О глобальных решениях задачи Коши для дискретных кинетических уравнений

Кинетическая теория рассматривает газ как совокупность громадного числа хаотически движущихся частиц тем или иным образом взаимодействующих между собой. В результате таких взаимодействий частицы обмениваются импульсами, энергией. Взаимодействие может осуществляться путем прямого столкновения частиц или при помощи тех или иных сил. Для пояснения математической схемы, описывающей подобные явления, в [1] рассматриваются так называемые дискретные модели кинетического уравнения Больцмана и приводится феноменологический вывод уравнения Больцмана для газовой модели с конечным числом различных скоростей частиц и конечным числом разных взаимодействий (модели типа Бродуэлла [2])

$$\partial_t n_j + (\omega_{ix}\partial_x + \omega_{iy}\partial_y + \omega_{iz}\partial_z)n_j = \sum_{k,l,j;k\neq i,l\neq i,j\neq i} \sigma_{kl}^{ij}(n_k n_l - n_i n_j), \quad 1 \leq i \leq N.$$

Для дискретных уравнений кинетики [3] (размерности $d = 1, 2, 3$) доказано существование глобального решения, получено разложение его по гладкости, исследовано влияние осцилляций, порождаемых оператором взаимодействия.

## References


[1] S.K. Godunov and U.M. Sultangazin, *Discrete models of the Boltzmann kinetic equation*, Uspehi Mat. Nauk, **26** (1971), 3–51.

[2] J.E. Broadwell, *Study of rarefied shear flow by the discrete velocity method*, J. Fluid Mech. **19** (1964), 401–414.

[3] E. Radkevich, *On existence of global solutions to the Cauchy problem for discrete kinetic equations*, Journal of Mathematical Sciences **181** (2012), 232–280.